

# Нечеткая модель определения формы устойчивого целика в углевмещающих породах

DOI: <http://dx.doi.org/10.18796/0041-5790-2024-1-61-63>

В представленной статье разработана математическая модель, позволяющая определить такую форму целиков, при которой, с одной стороны, обеспечивается устойчивость горной выработки, а с другой – отсутствие неоправданных потерь полезных ископаемых. В отличие от аналогов в данной модели учитывается наличие кристаллических и аморфных текстурных составляющих в горных породах, слагающих целик. Вследствие этого для задания величины внешнего поля напряжений, используется не классическое тензорное исчисление, а нечеткий тензорный анализ, позволяющий учесть степень неопределенности значений величин, характеризующих деформационные свойства неоднородностей. В итоге, используя нечеткий тензор внешнего поля напряжений получено выражение, описывающее такую форму целика, при которой в нем по всему объему горных пород реализуется равномерное распределение напряжений. Форма целика определяется модальным значением нечеткой компоненты внешнего поля напряжений.

**Ключевые слова:** математическая модель, устойчивость, угольное месторождение, целик, внешнее поле, нечеткий тензор, поле напряжений, метод аналогий.

**Для цитирования:** Нечеткая модель определения формы устойчивого целика в углевмещающих породах / Р.К. Халкечев, Ю.М. Левкин, К.В. Халкечев и др. // Уголь. 2024. № 1. С. 61-63. DOI: 10.18796/0041-5790-2024-1-61-63.

## ВВЕДЕНИЕ

Камерно-столбовая система разработки является основой многих технологий добычи на угольных месторождениях. Одной из главных проблем при использовании данной системы разработки является определение таких параметров целиков, при которых, с одной стороны, обеспечивается устойчивость горной выработки, а с другой – отсутствие неоправданных потерь полезных ископаемых.

Анализ существующих работ в данном направлении свидетельствует, что существующие экспериментальные и теоретические методы [1, 2, 3, 4] при определении оптимальных размеров целиков не учитывают структурных и текстурных особенностей горных пород. Кроме того, большинство данных методов ошибочно основываются на предположении, что величина внешнего поля напряжения, действующего на целик, однозначно определяется удельным весом вышележащей над ним толщи горных пород. И как результат – в настоящее время на угольных месторождениях при проектировании выбираются неоправданно большие размеры целиков, что приводит к потерям полезного ископаемого. В то же время необходимо отметить, что первые, приближенные модели, лишенные вышеобозначенных недостатков, уже получены. Так, например, необходимо обратить внимание на работу [5]. В ней разработана математическая модель, рассматривающая целик как поликристаллическое твердое тело, на кото-

## ХАЛКЕЧЕВ Р.К.

Доктор техн. наук, профессор кафедры  
инфокоммуникационных технологий  
НИТУ МИСИС,  
119049, г. Москва, Россия,  
e-mail: syrus@list.ru

## ЛЕВКИН Ю.М.

Доктор техн. наук, профессор  
Московского политехнического  
университета,  
член Союза маркшейдеров России,  
105064, г. Москва, Россия,  
e-mail: lev5353@bk.ru

## ХАЛКЕЧЕВ К.В.

Доктор физ.-мат. наук,  
доктор техн. наук,  
профессор кафедры геологии и  
маркшейдерского дела НИТУ МИСИС,  
119049, г. Москва, Россия,  
e-mail: h\_kemal@mail.ru

## КУЗЬМЕНКО С.Ю.

Канд. техн. наук, преподаватель  
Университетского колледжа  
информационных технологий  
Московского государственного  
университета технологий  
и управления имени К.Г. Разумовского  
(Первый казачий университет),  
109004, г. Москва, Россия,  
e-mail: svetik-semicvetik3@yandex.ru

рое действует внешнее поле напряжений, выражаемое в рамках классического тензорного исчисления в виде двухвалентного тензора. За счет одновременного учета удельного веса горных пород и величины внешнего поля напряжений данная модель позволяет установить форму целика, обеспечивающую в нем равномерное распределение напряжений, и тем самым обеспечить его устойчивость. Несмотря на всю ценность данной модели, она обладает малой степенью количественной адекватности при решении задач определения формы целиков, слагаемых горными породами с аморфными текстурными составляющими. Это связано с тем, что при решении подобного рода задач не представляется возможным задать внешнее поле напряжений лишь одной тензорной величиной, т.е. классическое тензорное исчисление здесь неприменимо. Вследствие этого необходимо использовать другой подход, например использовать понятие нечеткого тензора [6]. Это связано с тем, что все величины, характеризующие деформационные свойства невозможно определить точно. Поэтому применение нечеткого моделирования является единственным способом разработки нечеткой модели определения формы устойчивого целика в углевмещающих породах.

### ОСНОВНОЙ РАЗДЕЛ

Нечеткое внешнее поле напряжений, действующее на целик, слагаемый горными породами с аморфными текстурными составляющими, может быть найдено в рамках метода аналогий из уравнения, представленного в работе [6]. В итоге получим:

$$\overset{(nz)}{\sigma} = \overset{(nz)}{C} \left( \overset{(nz)}{I} + \overset{(nz)}{B} \overset{(lnz)}{C} \right)^{-1} < \overset{(nz)}{C} \left( \overset{(nz)}{I} + \overset{(nz)}{B} \overset{(lnz)}{C} \right)^{-1} >^{-1} \overset{(nm)}{\sigma}, \quad (1)$$

где  $\overset{(nz)}{\sigma}$  – нечеткое поле напряжений, реализуемое внутри неоднородности;  $\overset{(nz)}{C}$  – нечеткий тензор модулей упругости характерной неоднородности;  $\overset{(lnz)}{C} = \langle \overset{(nz)}{C} \rangle$ ; « $\langle \rangle$ » – усреднение по ансамблю полей неоднородностей;

$\overset{(nz)}{B}$  – интегральный оператор преобразования Фурье-ядра  $\overset{(0m)}{K}_{ijkl}(x-x') = -[\partial_i \partial_j G_{jk}(x-x')]_{(ij)(kl)}$ ;  $\overset{(0m)}{G}_{jk}(x-x')$  – тензорная функция Грина матрицы, свойства которой определяются значением  $\langle \overset{(nz)}{C} \rangle$ ;  $\overset{(nm)}{I}$  – единичный четырехвалентный тензор;  $\overset{(nm)}{\sigma}$  – нечеткое внешнее поле напряжений, действующее на целик.

В свою очередь, согласно работе [5], исходное уравнение кривой, описывающей форму устойчивого целика, построенной в рамках классического тензорного исчисления, имеет следующий вид:

$$x = \frac{2P_1}{\pi\gamma r^2} \ln \frac{y}{r}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  – удельный вес горных пород;  $r$  – радиус верхнего конца целика;  $P_1 = \sigma_0 S$ ;  $\sigma_0$  – горное давление, определя-

емое в четком виде;  $S$  – площадь горизонтального сечения целика.

Тогда, используя уравнение кривой (2), компьютерный метод моделирования [7, 8], основанный на выражении (1), а также метод аналогий с работами [9, 10, 11], окончательно получим нечеткую модель определения формы устойчивого целика в углевмещающих породах:

$$\left\{ \left( \mu(x) / x \right) \mid x = \frac{2S \overset{(nm)}{\sigma}_{33}}{\pi\gamma r^2} \ln \frac{y}{r}, \overset{(nm)}{\sigma}_{33} = \Sigma \right\}, \quad (3)$$

где  $\overset{(nm)}{\sigma}_{33}$  – нечеткая компонента внешнего поля напряжений;  $\Sigma$  – множество допустимых значений  $\overset{(nm)}{\sigma}_{33}$ ;  $\mu(x)$  – гауссовская функция принадлежности с ограниченным носителем [12].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученное решение (3) позволяет определить в нечетком виде форму устойчивого целика, и на его основе можно сделать следующие выводы:

- управляющими параметрами формы устойчивых целиков являются: нечеткое внешнее поле напряжений, действующее на целик, площадь поперечного сечения целика на стыке с кровлей и удельный вес горных пород, составляющих целик;
- форма целика определяется модальным значением нечеткой компоненты внешнего поля напряжений, входящей в итоговое выражение;
- наличие аморфных составляющих в горных породах, слагающих целик, приводит к возникновению неопределенности значений тензорных величин, характеризующих деформационные свойства неоднородностей, что приводит к необходимости использования нечеткого тензорного анализа для определения внешнего поля напряжений.

### Список литературы

1. Cooperative mining technology and strata control of close coal seams and overlying coal pillars / S. Qiang, G. Jialiang, Y. Feng et al. // Alexandria Engineering Journal. 2023. Vol. 73. P. 473-485. DOI: 10.1016/j.aej.2023.04.071.
2. Pseudo-discontinuum model to simulate hard-rock mine pillars / E. Rógenes, A.D.S. Gomes, M.M.D. Farias et al. // Underground Space. 2023. Vol. 11. P. 81-95. DOI: 10.1016/j.undsp.2022.12.002.
3. Qu X., Chen Y., Yin D. Experimental study on progressive failure characteristics of strip coal pillar models under different roof and floor conditions // Case Studies in Construction Materials. 2023. Vol. 18. Article e02147. DOI: 10.1016/j.cscm.2023.e02147.
4. Coupling influence of inclination angle and moisture content on mechanical properties and microcrack fracture of coal specimens / L. Chen, D.S. Zhang, N. Yao et al. // Lithosphere, 2021 (Special 7). 2022. Article 6226445. DOI: 10.2113/2022/6226445.
5. Кузин Е.А., Халкечев К.В. Математическая модель определения формы устойчивого целика поликристаллической структуры в углевмещающих породах // Уголь. 2020. № 2. С. 22-25. DOI: 10.18796/0041-5790-2020-2-22-25.
6. Халкечев П.К. Теория мультифрактального моделирования процессов деформирования и разрушения породных массивов как основа автоматизации технологии буровзрывных работ на уголь-

- ных разрезах // Уголь. 2019. № 11. С. 32-35. DOI: 10.18796/0041-5790-2019-11-32-34.
7. Халкечева Л.К., Халкечев Р.К. Автоматизированная система мониторинга состояния транспортных берм на предмет оползневой опасности в виде проседания // Уголь. 2022. № 4. С. 50-52. DOI: 10.18796/0041-5790-2022-4-50-52.
  8. Халкечев Р.К., Халкечев К.В. Математическое моделирование неоднородного упругого поля напряжений породного массива кристаллической блочной структуры // Горный журнал. 2016. № 3. С. 200-205. DOI: 10.17580/gzh.2016.03.05.
  9. Chunuev I.K., Levkin Y.M., Bolotbekov Z. Determination of bench, dump and road sliding wedge technological parameters // Mining Science and Technology (Russian Federation). 2021. Vol. 6. P. 31-41. DOI: 10.17073/2500-0632-2021-1-31-41.
  10. Халкечев К.В., Халкечев Р.К., Левкин Ю.М. Математическая модель поля напряжений в целиках с учетом магистральной трещины на угольных месторождениях // Уголь. 2023. № 7. С. 56-58. DOI: 10.18796/0041-5790-2023-7-56-58.
  11. Халкечев Р.К., Левкин Ю.М., Халкечев К.В. Разработка математической модели поля напряжений в целиках слоистой текстуры на угольных месторождениях // Уголь. 2023. № 8. С. 84-86. DOI: 10.18796/0041-5790-2023-8-84-86.
  12. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.

## Original Paper

## UNDERGROUND MINING

UDC 622.272:658.012.122:51.001.57 © R.K. Khalkechev, Yu.M. Levkin, K.V. Khalkechev, S.Yu. Kuzmenko, 2024  
 ISSN 0041-5790 (Print) • ISSN 2412-8333 (Online) • Ugol' – Russian Coal Journal, 2024, № 1, pp. 61-63  
 DOI: <http://dx.doi.org/10.18796/0041-5790-2024-1-61-63>

## Title

## FUZZY MODEL OF THE SHAPE DETERMINING OF A STABLE PILLAR IN COAL-BEARING ROCKS

## Authors

Khalkechev R.K.<sup>1</sup>, Levkin Yu.M.<sup>2</sup>, Khalkechev K.V.<sup>1</sup>, Kuzmenko S.Yu.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> National University of Science and Technology "MISIS" (NUST "MISIS"), Moscow, 119049, Russian Federation

<sup>2</sup> Moscow Polytechnic University, Moscow, 105064, Russian Federation

<sup>3</sup> K.G. Razumovsky Moscow State University of Technologies and Management (the First Cossack University), Moscow, 109004, Russian Federation

## Authors Information

**Khalkechev R.K.**, Doctor of Engineering Sciences, Professor at Subdepartment of Infocommunication technologies, e-mail: [syrus@list.ru](mailto:syrus@list.ru)

**Levkin Yu.M.**, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Member of the Russian Union of Surveyors, e-mail: [lev5353@bk.ru](mailto:lev5353@bk.ru)

**Khalkechev K.V.**, Doctor of Physico-Mathematical Science, Doctor of Engineering Sciences, Professor at Subdepartment of Geology and Mine Surveying, e-mail: [h\\_kemal@mail.ru](mailto:h_kemal@mail.ru)

**Kuzmenko S.Yu.**, PhD (Engineering), Teacher of University College of Information Technology, e-mail: [svetik-semicvetik3@yandex.ru](mailto:svetik-semicvetik3@yandex.ru)

## Abstract

In the presented article, a mathematical model has been developed that makes it possible to determine the shape of the stable pillars. On the one hand, these pillars provide the stability of the mine workings, and on the other, the absence of unjustified losses of mineral resources. Unlike analogues, this model takes into account the presence of crystalline and amorphous textural components in the rocks that make up the pillar. Hereupon, fuzzy tensor analysis is used to determine the value of the external stress field, not classical tensor calculus. It allows to take into account the uncertainty degree of the values characterizing the deformation properties of inhomogeneities. As a result, using the fuzzy external stress field tensor, a mathematical expression was obtained that describes the shape of the pillar. This shape enables to realize a uniform stress distribution throughout the entire volume of rocks. The shape of the pillar is determined by the modal value of the fuzzy component of the external stress field.

## Keywords

Mathematical model, Stability, Coal field, Pillar, External field, Fuzzy tensor, Stress field, Analog method.

## References

1. Qiang S., Jialiang G., Feng Y. & Ruhong B. Cooperative mining technology and strata control of close coal seams and overlying coal pillars. *Alexandria Engineering Journal*, 2023, (73), pp. 473-485. DOI: 10.1016/j.aej.2023.04.071.
2. Rógenes E., Gomes A.D.S., Farias M.M.D. & Rasmussen L.L. Pseudo-discontinuum model to simulate hard-rock mine pillars. *Underground Space*, 2023, (11), pp. 81-95. DOI: 10.1016/j.undsp.2022.12.002.
3. Qu X., Chen Y. & Yin D. Experimental study on progressive failure characteristics of strip coal pillar models under different roof and floor conditions. *Case Studies in Construction Materials*, 2023, (18), Article e02147. DOI: 10.1016/j.cscm.2023.e02147.

4. Chen L., Zhang D.S., Yao N., Wang L., Fan G.W., Wang X.F. & Zhang W. Coupling influence of inclination angle and moisture content on mechanical properties and microcrack fracture of coal specimens. *Lithosphere*, 2021 (Special 7), 2022, Article 6226445. DOI: 10.2113/2022/6226445.

5. Kuzin E.A. & Khalkechev K.V. Mathematical model for determining the shape of a stable pillar of a polycrystalline structure in carbon-bearing rocks. *Ugol'*, 2020, (2), pp. 22-25. (In Russ.). DOI: 10.18796/0041-5790-2020-2-22-25.

6. Khalkechev R.K. Multifractal modeling theory of rock mass deformation and destruction as the basis for automation of drilling and blasting technologies in coal open-pit mine. *Ugol'*, 2019, (11), pp. 32-35. (In Russ.). DOI: 10.18796/0041-5790-2019-11-32-35.

7. Khalkecheva L.K. & Khalkechev R.K. Automated monitoring system of transport berms condition for landslide danger in the form of subsidence. *Ugol'*, 2022, (4), pp. 50-52. (In Russ.). DOI: 10.18796/0041-5790-2022-4-50-52.

8. Khalkechev R.K. & Khalkechev K.V. Mathematical modeling of non-uniform elastic stress field of a rock mass with crystalline block structure. *Gornyy zhurnal*, 2016, (3), pp. 200-205. (In Russ.). DOI: 10.17580/gzh.2016.03.05.

9. Chunuev I.K., Levkin Y.M. & Bolotbekov Z. Determination of bench, dump and road sliding wedge technological parameters. *Mining Science and Technology (Russian Federation)*, 2021, (6), pp. 31-41. DOI: 10.17073/2500-0632-2021-1-31-41.

10. Khalkechev R.K., Khalkechev K.V. & Levkin Yu.M. Mathematical model of the stress field in the pillars with due account taken of the main crack in coal fields. *Ugol'*, 2023, (7), pp. 56-58. (In Russ.). DOI: 10.18796/0041-5790-2023-7-56-58.

11. Khalkechev R.K., Levkin Yu.M. & Khalkechev K.V. Mathematical model development of the stress field in the pillars stratified texture in coal deposits. *Ugol'*, 2023, (8), pp. 84-86. (In Russ.). DOI: 10.18796/0041-5790-2023-8-84-86.

12. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Moscow, BINOM. Laboratoria Znaniy Publ., 2013, 798 p. (In Russ.).

## For citation

Khalkechev R.K., Levkin Yu.M., Khalkechev K.V. & Kuzmenko S.Yu. Fuzzy model of the shape determining of a stable pillar in coal-bearing rocks. *Ugol'*, 2024, (1), pp. 61-63. (In Russ.). DOI: 10.18796/0041-5790-2024-1-61-63.

## Paper info

Received October 2, 2023

Reviewed November 10, 2023

Accepted December 7, 2023